یکساں قومی نصاب

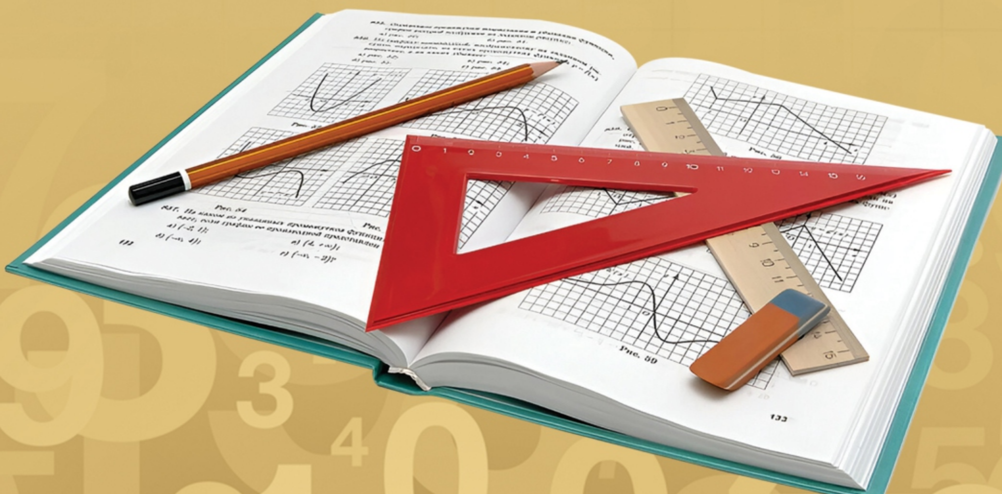
الرازی

اکیڈمک نوٹس

ریاضی 9

خصوصیات

- اضافی کثیر الانتخابی سوالات
- خود آزمائی (حل شدہ)
- مشقوں کا حل
- مختصر جوابی سوالات
- ذہنی آزمائش (حل شدہ)
- سوچیے (حل شدہ)



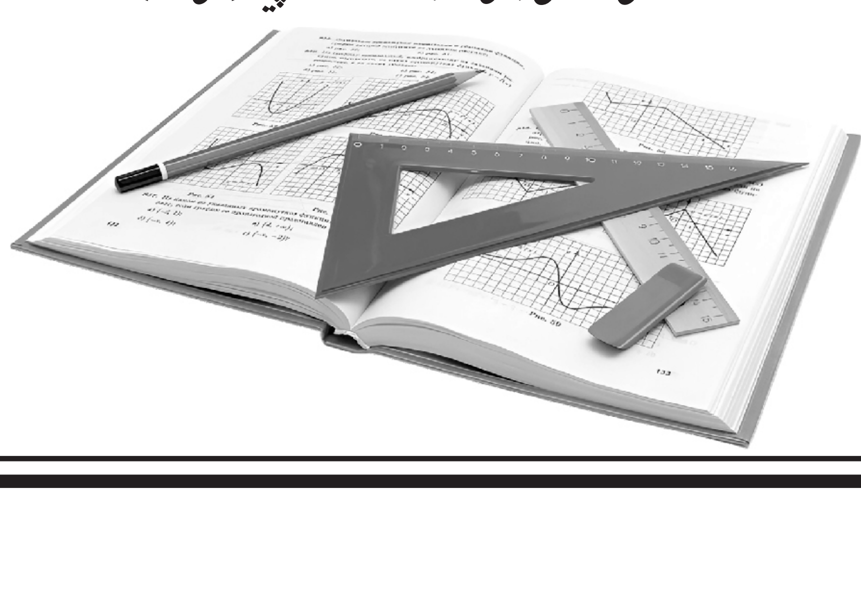
یکساں قومی نصاب کے مطابق

رازی اکیڈمک نوٹس

9 ریاضی

خصوصیات

- اضافی کثیر الانتخابی سوالات
- مختصر جوابی سوالات
- مشقوں کا حل
- خود آزمائی (حل شدہ)
- ذہنی آزمائش (حل شدہ)
- سوچیے (حل شدہ)



فہرست

صفحہ نمبر	نام یونٹ	یونٹ نمبر
5	Real Numbers حقیقی اعداد	1
31	Logarithms لوگارتھم	2
51	Sets and Functions سیٹ اور تفاعل	3
81	تجزی اور الجبری جملوں کا ذواضعاف اقل، عادِ اعظم اور جذر المربع Factorization and Algebraic Manipulation	4
104	خطی مساواتیں اور غیر مساواتیں Linear Equations & Inequalities	5
144	Trigonometry تکونیات	6
187	Coordinate Geometry کارتیسی جیومیٹری	7
220	Logic منطق	8
232	Similar Figures مشابہ اشکال	9
260	Graphs of Functions فنکشنز کے گراف	10
281	Loci and Construction مقامات اور بناوٹ	11
297	Information Handling موادداری	12
330	Probability امکان	13
349	لوگارتھم اور اینٹی لوگارتھم ٹیبل Logarithms & Antilogarithms Table	★

دیباچہ

جماعت نہم کے طلبہ کے لیے ریاضی کا مضمون خاصی اہمیت رکھتا ہے، کیونکہ یہ ان کے تعلیمی سفر میں ایک سنگِ میل کی حیثیت رکھتا ہے۔ طلبہ کو اکثر ریاضی کے سوالات کو سمجھنے اور انھیں صحیح طریقے سے حل کرنے میں مشکلات کا سامنا کرنا پڑتا ہے۔ یہی وجہ ہے کہ ایک ایسی کتاب کی ضرورت محسوس کی گئی جو نہ صرف مسائل کے حل فراہم کرے بلکہ ان کے تصورات کو بھی مزید واضح کرے اور قابل فہم بنائے۔

الرازی اکیڈمک نوٹس اسی مقصد کے تحت مرتب کیے گئے ہیں تاکہ جماعت نہم کے طلبہ کو ایک جامع اور قابلِ فہم رہنمائی فراہم کی جا سکے۔ اس کتاب میں تمام یونٹس کے سوالات کو مرحلہ وار حل کیا گیا ہے تاکہ طلبہ آسانی سے ہر سوال کو سمجھ سکیں اور خود سے سوالات حل کرنے کی صلاحیت پیدا کر سکیں۔ ہر سوال کے حل کو مکمل وضاحت کے ساتھ پیش کیا گیا ہے تاکہ ریاضی کے اصول اور فارمولے ذہن نشین ہو سکیں۔ اس کے علاوہ، کتاب میں وہ تمام ضروری نکات اور تکنیکس شامل کی گئی ہیں جو امتحانات میں بہتر کارکردگی دکھانے میں معاون ثابت ہو سکتی ہیں۔ ہمارا مقصد صرف یہ نہیں کہ طلبہ امتحانات میں اچھے نمبر حاصل کریں، بلکہ ہم چاہتے ہیں کہ وہ ریاضی کی گہری سمجھ بوجھ حاصل کریں اور اسے روزمرہ زندگی میں مؤثر طریقے سے استعمال کر سکیں۔

ہم نے حتی الامکان کوشش کی ہے کہ اس کتاب کو طلبہ کے لیے مفید اور بامقصد بنایا جائے۔ تاہم، کسی بھی تعلیمی کاوش میں بہتری کی گنجائش ہمیشہ باقی رہتی ہے۔ اگر قارئین کے پاس کوئی تجاویز یا آرا ہوں تو ہم ان کا خیر مقدم کریں گے تاکہ آئندہ ایڈیشن میں مزید بہتری لائی جا سکے۔ دعا ہے کہ یہ کتاب طلبہ کے لیے علم کے حصول میں معاون ثابت ہو اور وہ اپنی تعلیمی منازل کامیابی سے طے کر سکیں۔ اللہ تعالیٰ ہمیں علم کے فروغ میں کامیابی عطا فرمائے۔

آمین!

جملہ حقوق بحق الرازی پبلی کیشنز (ناشر) محفوظ ہیں۔

© ۲۰۲۳ء الرازی پبلی کیشنز

جملہ حقوق محفوظ ہیں۔ الرازی پبلی کیشنز (ناشر) کی پیشگی تحریری اجازت کے بغیر اس کتاب کے کسی بھی حصہ کی نقل، اشاعت یا منتقلی، اور بازیافت کے کسی نظام (کمپیوٹر وغیرہ) میں کسی قسم کی خازنیت یا تحفیظ کسی بھی طریقہ سے، کسی بھی شکل میں نہیں کی جاسکتی۔

چیئرمین: غلام مجتبیٰ

چیف ایگزیکٹیو: ملک احسن اعظم

پروجیکٹ ڈائریکٹر: عمران صفدر

مصنفین: پروفیسر محمد رضوان

پروفیسر محمد ریحان (ایم فل ریاضی پنجاب یونیورسٹی)

ریویو کمیٹی: محمد عمران (ایس ایس ٹی سائنس)

ڈیزائننگ: عمر نواز

فارمیٹنگ: کامران خان، محمد عظیم بھٹی

یونٹ 1 حقیقی اعداد Real Numbers

حل مشق 1.1

سوال1: درج ذیل میں سے ہر ایک کی بطور ناطق یا غیر ناطق اعداد نشان دہی کریں۔

(i) 2.353535

حل: 2.353535 ایک متوالی کسر اعشاریہ ہے، لہٰذا یہ ایک ناطق عدد ہے۔

(ii) $0.\overline{6}$

حل: $0.\overline{6} = 0.666...$ ایک متوالی کسر اعشاریہ ہے، لہٰذا یہ ایک ناطق عدد ہے۔

(iii) 2.236067...

حل: 2.236067... ایک غیر مختتم اور غیر متوالی کسرِ اعشاریہ ہے، لہٰذا یہ ایک غیر ناطق عدد ہے۔

(iv) $\sqrt{7}$

حل: $\sqrt{7} = 2.6457...$ ایک غیر مختتم اور غیر متوالی کسرِ اعشاریہ ہے، لہٰذا یہ ایک غیر ناطق عدد ہے۔

(v) e

حل: $e = 2.7182818284...$ ایک غیر مختتم اور غیر متوالی کسرِ اعشاریہ ہے، لہٰذا یہ ایک غیر ناطق عدد ہے۔

(vi) π

حل: $\pi = 3.141592653...$ ایک غیر مختتم اور غیر متوالی کسرِ اعشاریہ ہے، لہٰذا یہ ایک غیر ناطق عدد ہے۔

خود آزمائی!

○ دو غیر ناطق اعداد کا حاصلِ ضرب کیا ہوگا؟

حل: دو غیر ناطق اعداد کا حاصلِ ضرب ناطق عدد بھی ہو سکتا ہے اور غیر ناطق عدد بھی۔ مثلاً

$\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$　(غیر ناطق)

اور　$\sqrt{5} \times \sqrt{5} = 5$　(ناطق)

(vii) $5+\sqrt{11}$

حل: $5+\sqrt{11} = 8.31662479...$ ایک غیر مختتم اور غیر متوالی کسرِ اعشاریہ ہے، لہٰذا یہ ایک غیر ناطق عدد ہے۔

(viii) $\sqrt{3}+\sqrt{13}$

حل: $\sqrt{3}+\sqrt{13} = 5.33760208...$ ایک غیر مختتم اور غیر متوالی کسرِ اعشاریہ ہے، لہٰذا یہ ایک غیر ناطق عدد ہے۔

(ix) $\frac{15}{4}$

حل: $\frac{15}{4} = 3.75$ ایک مختتم کسرِ اعشاریہ ہے، لہٰذا یہ ایک ناطق عدد ہے۔

(x) $(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})$

حل: $(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2}) = (2)2 - \left(\sqrt{2}\right)^2$

$= 4 - 2 = 2$

لہٰذا دیا گیا عدد ایک ناطق عدد ہے۔

سوال2: درج ذیل اعداد کو نمبر لائن پر ظاہر کریں۔

(i) $\sqrt{2}$

حل: $\sqrt{2}$ کو نمبر لائن پر بذریعہ جیومیٹری کی بناوٹ کے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ چونکہ $\sqrt{2} = 1.414...$ جو کہ 1 کے قریب ہے۔نقطہ A پر $m\overline{AB}=1$ کا خط کھینچیں، جبکہ $m\overline{OA}=1$ جس سے ہمیں ایک قائمہ زاویہ مثلث OAB حاصل ہوگئی۔

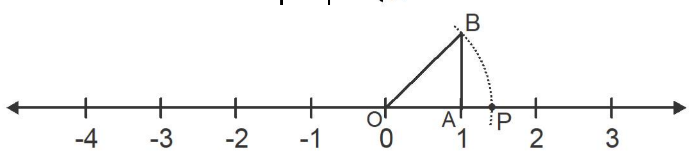
مسئلہ فیثا غورث کی رُو سے

$m(\overline{OB})^2 = m(\overline{OA})^2 + (m\overline{AB})^2$

$= (1)^2+(1)^2 = 2 \Rightarrow m\overline{OB} = \sqrt{2}$

O کو مرکز مان کر $m\overline{OB}=\sqrt{2}$ رداس کی ایک قوس لگائیں جس سے ہمیں نقطہ "P" حاصل ہوگیا۔ لہٰذا

$|OP| = \sqrt{2}$



(ii) $\sqrt{3}$

حل: $\sqrt{3}$ کو نمبر لائن پر بذریعہ جیومیٹری کی بناوٹ کے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ $\sqrt{3} = 1.732...$ جو کہ 2 کے قریب ہے۔ نمبر لائن درج ذیل طریقے سے کھینچی جاسکتی ہے۔

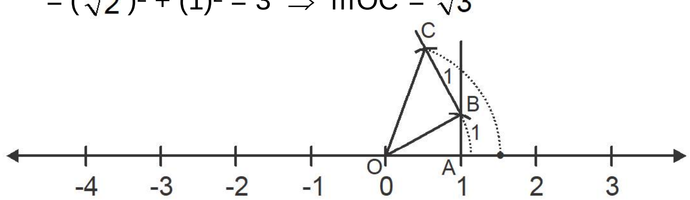
$m(\overline{OB})^2 = m(\overline{OA})^2 + m(\overline{AB})^2$

$= (1)^2 + (1)^2 = \sqrt{2}$

اب

$m(OC)^2 = m(\overline{OB})^2 + m(\overline{BC})^2$

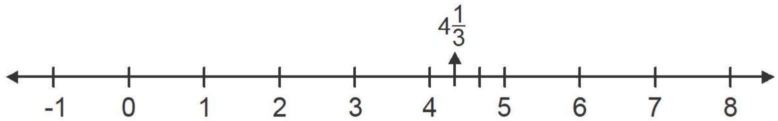
$= (\sqrt{2})^2 + (1)^2 = 3 \Rightarrow m\overline{OC} = \sqrt{3}$



(iii) $4\frac{1}{3}$

حل: $4\frac{1}{3} = 4+\frac{1}{3}$

ناطق عدد $4\frac{1}{3}$ کو نمبر لائن پر ظاہر کرنے کے لیے، 4 اور 5 کے درمیان فاصلے کو 3 برابر حصوں میں تقسیم کریں۔ دائیں طرف سے پہلا حصہ لے لیں۔

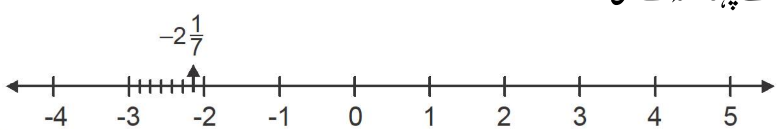


(iv) $-2\frac{1}{7}$

حل:

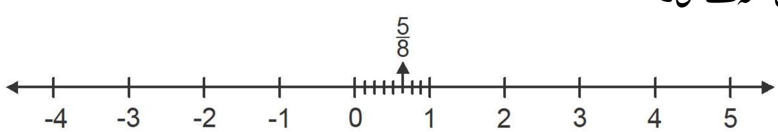
$$-2\frac{1}{7} = -\left(2+\frac{1}{7}\right)$$

ناطق عدد $-2\frac{1}{7}$ کو نمبر لائن پر ظاہر کرنے کے لیے 2– اور 3– کے درمیان فاصلے کو 7 برابر حصوں میں تقسیم کریں۔ بائیں طرف سے پہلا حصہ لے لیں۔



(v) $\frac{5}{8}$

حل: ناطق عدد $\frac{5}{8}$ کو نمبر لائن پر ظاہر کرنے کے لیے 0 اور 1 کے درمیان فاصلے کو 8 برابر حصوں میں تقسیم کریں۔ دائیں طرف سے پانچواں حصہ لے لیں۔

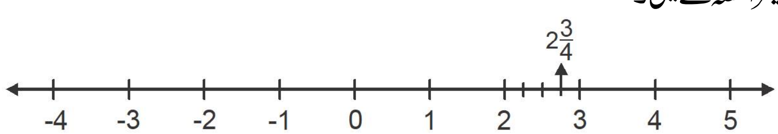


(vi) $2\frac{3}{4}$

حل:

$$2\frac{3}{4} = 2+\frac{3}{4}$$

ناطق عدد $2\frac{3}{4}$ کو نمبر لائن پر ظاہر کرنے کے لیے 2 اور 3 کے درمیان فاصلے کو 4 برابر حصوں میں تقسیم کریں۔ دائیں طرف سے تیسرا حصہ لے لیں۔



سوال 3: درج ذیل کو ناطق عدد $\frac{p}{q}$ کی شکل میں ظاہر کریں جب کہ p اور q صحیح اعداد ہیں اور $q\neq0$۔

(i) $0.\overline{4}$

حل: فرض کریں۔

$x = 0.\overline{4}$

$= 0.44444....$ .... (i)

دونوں طرف 10 سے ضرب دینے سے

$10x = 10\ (0.4444....)$

$10x = 4.44444....$ .... (ii)

مساوات (ii) سے مساوات (i) کو تفریق کرنے سے

$10x - x = (4.4444....) - (0.4444....)$

$9x = 4$

$\Rightarrow x = \frac{4}{9}$ جو کہ مطلوبہ ناطق عدد ہے۔

(ii) $0.\overline{37}$

حل: فرض کریں۔

$x = 0.\overline{37}$

$= 0.373737....$ .... (i)

دونوں طرف 100 سے ضرب دینے سے

$100x = 100(0.373737....)$

$100x = 37.3737....$ .... (ii)

مساوات (ii) سے مساوات (i) کو تفریق کرنے سے

$100x - x = (37.3737....) - (0.373737....)$

$99x = 37$

$\Rightarrow x = \frac{37}{99}$ جو کہ مطلوبہ ناطق عدد ہے۔

(iii) $0.\overline{21}$

حل: فرض کریں۔

$x = 0.\overline{21}$

$= 0.212121....$ .... (ii)

دونوں طرف 100 سے ضرب دینے سے

$100x = 100(0.212121....)$

$100x = 21.2121....$ .... (ii)

مساوات (ii) سے مساوات (i) کو تفریق کرنے سے

$100x - x = (21.2121....) - (0.2121....)$

$99x = 21$

$\Rightarrow x = \frac{21}{99}$ جو کہ مطلوبہ ناطق عدد ہے۔

سوال 4: درج ذیل میں استعمال ہونے والی خاصیت کا نام لکھیں۔

(i) $(a+4)+b = a+(4+b)$

جواب: خاصیتِ تلازم بلحاظِ جمع۔

(ii) $\sqrt{2}+\sqrt{3} = \sqrt{3}+\sqrt{2}$

جواب: خاصیتِ مبادلہ بلحاظِ جمع۔

(iii) $x - x = 0$

جواب: جمعی معکوس کی خاصیت ۔

(iv) $a(b+c) = ab+ac$

جواب: بائیں تقسیمی خاصیت

(v) $16+0 = 16$

جواب: جمعی ذاتی عنصر کی خاصیت

(vi) $100\times1=100$

جواب: ضربی ذاتی عنصر کی خاصیت۔

(vii) $4 \times (5 \times 8) = (4 \times 5) \times 8$

جواب: خاصیتِ تلازم بلحاظِ ضرب

(viii) $ab = ba$

جواب: خاصیتِ مبادلہ بلحاظ ضرب۔

سوال5: درج ذیل میں استعمال ہونے والی خاصیت لکھیں۔

(i) $-3 < -1 \Rightarrow 0 < 2$

جواب: جمعی خاصیت۔

(ii) اگر $a<b$ ہوتو $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

جواب: غیر مساوات کی معکوسی خاصیت۔

(iii) اگر $a < b$ ہوتو $a + c < b + c$

جواب: غیر مساوات کی جمعی خاصیت۔

(iv) اگر $ac < bc$ اور $c < 0$ ہوتو $a < b$

جواب: غیر مساواتوں کی ضربی خاصیت

(v) اگر $ac < bc$ اور $c > 0$ ہوتو $a < b$

جواب: غیر مساواتوں کی ضربی خاصیت

(vi) یاتو $a > b$ یا $a = b$ یا $a < b$

جواب: ثلاثی خاصیت۔

سوال6: ان اعداد کے درمیان دو ناطق اعداد لکھیں۔

(i) $\frac{1}{3}$ اور $\frac{1}{4}$

حل: $\frac{1}{3}$ اور $\frac{1}{4}$ کے درمیان لا متناہی ناطق اعداد ہیں۔ہم ان میں سے کوئی سے دو معلوم کرتے ہیں۔اس کے لیے $\frac{1}{3}$ اور $\frac{1}{4}$ کا اوسط معلوم کریں۔

$$\frac{\frac{1}{3}+\frac{1}{4}}{2} = \frac{\frac{4+3}{12}}{2}$$

$$= \frac{7}{12} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{24}$$

لہٰذا، $\frac{1}{3}$ اور $\frac{1}{4}$ کے درمیان $\frac{7}{24}$ ایک ناطق عدد ہے۔ $\frac{1}{3}$ اور $\frac{1}{4}$ کے درمیان ایک اور ناطق عدد معلوم کرنے کے لیے ہم $\frac{7}{24}$ اور $\frac{1}{4}$ کا اوسط معلوم کریں گے۔

یعنی؛
$$\frac{\frac{7}{24}+\frac{1}{4}}{2}=\frac{\frac{7+6}{24}}{2}=\frac{\frac{13}{24}}{2}=\frac{13}{48}$$

پس، $\frac{1}{3}$ اور $\frac{1}{4}$ کے درمیان $\frac{7}{24}$ اور $\frac{13}{48}$ ناطق اعداد ہیں۔

(ii) 3 اور 4

حل: 3 اور 4 کے درمیان لامتناہی ناطق اعداد ہیں۔ہم ان میں سے کوئی سے دو معلوم کرتے ہیں۔اس کے لیے 3 اور 4 کا اوسط معلوم کریں۔چونکہ $\frac{3+4}{2}=\frac{7}{2}$ ہے۔لہٰذا، 3 اور 4 کے درمیان $\frac{7}{2}$ ایک ناطق عدد ہے۔3 اور 4 کے درمیان دوسرا ناطق عدد معلوم کرنے کے لیے ہم دوبارہ $\frac{7}{2}$ اور 4 کا اوسط معلوم کریں گے۔یعنی؛ $\frac{\frac{7}{2}+4}{2}=\frac{\frac{7+8}{2}}{2}=\frac{15}{4}$

پس، 3 اور 4 کے درمیان دو ناطق اعداد $\frac{7}{2}$ اور $\frac{15}{4}$ ہیں۔

(iii) $\frac{3}{5}$ اور $\frac{4}{5}$

حل: $\frac{3}{5}$ اور $\frac{4}{5}$ کے درمیان لامتناہی ناطق اعداد ہیں۔ہم ان میں سے کوئی سے دو معلوم کرتے ہیں۔اس کے لیے $\frac{3}{5}$ اور $\frac{4}{5}$ کا اوسط معلوم کریں۔

$$\frac{\frac{3}{5}+\frac{4}{5}}{2}=\frac{\frac{3+4}{5}}{2}$$
$$=\frac{\frac{7}{5}}{2}=\frac{7}{10}$$

لہٰذا، $\frac{3}{5}$ اور $\frac{4}{5}$ کے درمیان $\frac{7}{10}$ ایک ناطق عدد ہے۔ $\frac{3}{5}$ اور $\frac{4}{5}$ کے درمیان دوسرا ناطق عدد معلوم کرنے کے لیے ہم دوبارہ $\frac{7}{10}$ اور $\frac{4}{5}$ کا اوسط معلوم کریں گے۔

یعنی؛
$$\frac{\frac{7}{10}+\frac{4}{5}}{2}=\frac{\frac{7+8}{10}}{2}=\frac{\frac{15}{10}}{2}=\frac{15}{20}=\frac{3}{4}$$

پس، $\frac{3}{5}$ اور $\frac{4}{5}$ کے درمیان دو ناطق اعداد $\frac{7}{10}$ اور $\frac{3}{4}$ ہیں۔

☆☆☆☆☆

حل مشق 1.2

سوال 1: درج ذیل مخرج کو ناطق بنائیں۔

(i) $\dfrac{13}{4+\sqrt{3}}$

حل:

$$\frac{13}{4+\sqrt{3}} = \frac{13}{4+\sqrt{3}} \times \frac{4-\sqrt{3}}{4-\sqrt{3}}$$

$$= \frac{13(4-\sqrt{3})}{(4)^2-(\sqrt{3})^2} = \frac{52-13\sqrt{3}}{16-3}$$

$$= \frac{52-13\sqrt{3}}{13} = \frac{52}{13} - \frac{13\sqrt{3}}{13}$$

$$= 4-\sqrt{3}$$

(ii) $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$

حل:

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}(\sqrt{2}+\sqrt{5})}{(\sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{\sqrt{6}+\sqrt{15}}{3}$$

(iii) $\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{5}}$

حل:

$$\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$$

$$= \frac{\sqrt{5}\left(\sqrt{2}-1\right)}{\left(\sqrt{5}\right)^2} = \frac{\sqrt{10}-\sqrt{5}}{5}$$

(iv) $\dfrac{6-4\sqrt{2}}{6+4\sqrt{2}}$

حل:

$$\frac{6-4\sqrt{2}}{6+4\sqrt{2}} = \frac{6-4\sqrt{2}}{6+4\sqrt{2}} \times \frac{6-4\sqrt{2}}{6-4\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\left(6-4\sqrt{2}\right)^2}{(6)^2-\left(4\sqrt{2}\right)^2}$$

$$= \frac{(6)^2+\left(4\sqrt{2}\right)^2-2(6)\left(4\sqrt{2}\right)}{36-32}$$

$$= \frac{36+32-48\sqrt{2}}{4} = \frac{68-48\sqrt{2}}{4}$$

$$= \frac{4(17-12\sqrt{2})}{4} = 17-12\sqrt{2}$$

(v) $\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

حل:

$$\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2}{\left(\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}$$

$$= \frac{\left(\sqrt{3}\right)^2+\left(\sqrt{2}\right)^2-2\left(\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{2}\right)}{3-2}$$

$$= \frac{3+2-2\sqrt{6}}{1} = 5-2\sqrt{6}$$

(vi) $\dfrac{4\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$

حل:

$$\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$$

$$= \frac{4\sqrt{3}(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{(\sqrt{7})^2-(\sqrt{5})^2}$$

$$= \frac{4\sqrt{3}(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{7-5}$$

$$= \frac{4\sqrt{3}(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{2}$$

$$= 2\sqrt{3}(\sqrt{7}-\sqrt{5})$$

سوال2: درج ذیل کوحل کریں۔

(i) $\left(\frac{81}{16}\right)^{-\frac{3}{4}}$

حل:

$$\left(\frac{81}{16}\right)^{-\frac{3}{4}} = \left(\frac{16}{81}\right)^{\frac{3}{4}}$$

$$= \frac{(16)^{3/4}}{(81)^{3/4}} = \frac{2^{4\times 3/4}}{3^{4\times 3/4}}$$

$$= \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$$

(ii) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} \div \left(\frac{4}{9}\right)^{3} \times \frac{16}{27}$

حل:

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} \div \left(\frac{4}{9}\right)^{3} \times \frac{16}{27}$$

$$= \left(\frac{4}{3}\right)^{2} \div \left(\frac{4}{9}\right)^{3} \times \frac{16}{27}$$

$$= \frac{4^2}{3^2} \div \frac{4^3}{9^3} \times \frac{16}{27} = \frac{16}{9} \div \frac{64}{729} \times \frac{16}{27}$$

$$= \frac{16}{9} \times \frac{729}{64} \times \frac{16}{27} = 12$$

(iii) $(0.027)^{-\frac{1}{3}}$

حل:

$$(0.027)^{-\frac{1}{3}} = \left(\frac{27}{1000}\right)^{-\frac{1}{3}}$$

$$= \left(\frac{1000}{27}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{10^3}{3^3}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{10^{3\times\frac{1}{3}}}{3^{3\times\frac{1}{3}}} = \frac{10}{3}$$

(iv) $\sqrt[7]{\frac{x^{14} \times y^{21} \times z^{35}}{y^{14}z^{7}}}$

حل:

$$\sqrt[7]{\frac{x^{14} \times y^{21} \times z^{35}}{y^{14}z^{7}}}$$

$$= \left(\frac{x^{14} \times y^{21} \times z^{35}}{y^{14} \times z^{7}}\right)^{1/7}$$

$$= \left(x^{14} \times y^{21-14} \times z^{35-7}\right)^{1/7}$$

$$= \left(x^{14} \times y^{7} \times z^{28}\right)^{1/7}$$

$$= x^{14\times 1/7} \times y^{7\times 1/7} \times z^{28\times 1/7}$$

$$= x^2 \times y \times z^4 = x^2yz^4$$

(v) $\frac{5.(25)^{n+1} - 25.(5)^{2n}}{5.(5)^{2n+3} - (25)^{n+1}}$

حل:

$$\frac{5.(25)^{n+1} - 25.(5)^{2n}}{5.(5)^{2n+3} - (25)^{n+1}} = \frac{5.(5^2)^{n+1} - 5^2(5)^{2n}}{5.(5)^{2n+3} - (5^2)^{n+1}}$$

$$= \frac{5.(5^{2n+2}) - 5^{2n+2}}{5^{2n+3+1} - 5^{2n+2}} = \frac{5^{2n+2}(5-1)}{5^{2n+2}(5^2-1)}$$

$$= \frac{4}{25-1} = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$$

(vi) $\dfrac{(16)^{x+1}+20(4^{2x})}{2^{x-3}\times 8^{x+2}}$

حل:

$$\frac{(16)^{x+1}+20(4^{2x})}{2^{x-3}\times 8^{x+2}} = \frac{(2^4)^{x+1}+(5\times 2^2)(2^2)^{2x}}{2^{x-3}\times(2^3)^{x+2}}$$

$$= \frac{2^{4(x+1)}+5\times 2^2 2^{2\times 2x}}{2^{x-3}\times 2^{3(x+2)}}$$

$$= \frac{2^{4x+4}+5\times 2^{2+4x}}{2^{x-3}\times 2^{3x+6}} = \frac{2^{4x+4}+5\times 2^{4x+2}}{2^{x-3+3x+6}}$$

$$= \frac{2^{4x+4}+5\times 2^{4x+2}}{2^{4x+3}} = \frac{2^{4x+2}\times 2^2+5\times 2^{4x+2}}{2^{4x+2}\times 2}$$

$$= \frac{2^{4x+2}(2^2+5)}{2^{4x+2}\times 2} = \frac{4+5}{2} = \frac{9}{2}$$

(vii) $(64)^{-\frac{2}{3}}\div(9)^{-\frac{3}{2}}$

حل:

$$(64)^{-\frac{2}{3}}\div(9)^{-\frac{3}{2}} = (4^3)^{-\frac{2}{3}}\div(3^2)^{-\frac{3}{2}}$$

$$= 4^{3\times\left(-\frac{2}{3}\right)}\div(3^2)^{-\frac{3}{2}}$$

$$= 4^{-2}\div 3^{-3} = \frac{1}{4^2}\div\frac{1}{3^3}$$

$$= \frac{1}{16}\div\frac{1}{27} = \frac{27}{16}$$

(viii) $\dfrac{3^n\times 9^{n+1}}{3^{n-1}\times 9^{n-1}}$

حل:

$$\frac{3^n\times 9^{n+1}}{3^{n-1}\times 9^{n-1}} = \frac{3^n\times(3^2)^{n+1}}{3^{n-1}\times(3^2)^{n-1}} = \frac{3^n\times 3^{2n+2}}{3^{n-1}\times 3^{2n-2}}$$

$$= \frac{3^{n+2n+2}}{3^{n-1+2n-2}} = \frac{3^{3n+2}}{3^{3n-3}}$$

$$= \frac{3^{3n}\times 3^2}{3^{3n}\times 3^{-3}} = \frac{3^2}{3^{-3}}$$

$$= 3^{2+3} = 3^5 = 243$$

(ix) $\dfrac{5^{n+3}-6.5^{n+1}}{9\times5^{n}-4\times5^{n}}$

حل:

$$\frac{5^{n+3}-6.5^{n+1}}{9\times5^{n}-4\times5^{n}}=\frac{5^{n}\times5^{3}-6.5^{n}.5^{1}}{9\times5^{n}-4\times5^{n}}$$

$$=\frac{5^{n}(5^{3}-6\times5)}{5^{n}(9-4)}$$

$$=\frac{125-30}{5}=\frac{95}{5}=19$$

سوال3: اگر $x=3+\sqrt{8}$ ہوتو درج ذیل کی قیمتیں معلوم کریں۔

(i) $x+\dfrac{1}{x}$

حل:

$$x=3+\sqrt{8} \quad ....(i)$$

$$\frac{1}{x}=\frac{1}{3+\sqrt{8}}$$

$$=\frac{1}{3+\sqrt{8}}\times\frac{3-\sqrt{8}}{3-\sqrt{8}}$$

$$=\frac{3-\sqrt{8}}{(3)^{2}-(\sqrt{8})^{2}}=\frac{3-\sqrt{8}}{9-8}$$

$$\frac{1}{x}=3-\sqrt{8} \quad ....(ii)$$

مساوات (i) اور (ii) کو جمع کرنے سے

$$x+\frac{1}{x}=3+\sqrt{8}+3-\sqrt{8}$$

$$x+\frac{1}{x}=6 \quad ....(iii)$$

(ii) $x-\dfrac{1}{x}$

حل:

$$x-\frac{1}{x}$$

مساوات (i) اور (ii) کو تفریق کرنے سے

$$x-\frac{1}{x}=3+\sqrt{8}-(3-\sqrt{8})$$

$$=3+\sqrt{8}-3+\sqrt{8}$$

$$=2\sqrt{8}$$

(iii) $\mathbf{x^2 + \frac{1}{x^2}}$

حل: $x^2 + \frac{1}{x^2}$

مساوات (iii) سے

$$x + \frac{1}{x} = 6$$

دونوں طرف مربع لینے سے

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (6)^2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} + 2(x)\left(\frac{1}{x}\right) = 36$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 36$$

$$\Rightarrow \quad x^2 + \frac{1}{x^2} = 34$$

(v) $\mathbf{x^4 + \frac{1}{x^4}}$

حل: چونکہ $x^2 - \frac{1}{x^2} = 12\sqrt{8}$

دونوں طرف مربع لینے سے

$$\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^2 = \left(12\sqrt{8}\right)^2$$

$$(x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right) - 2(x^2)\left(\frac{1}{x^2}\right) = 144(8)$$

$$x^4 + \frac{1}{x^4} - 2 = 1152$$

$$x^4 + \frac{1}{x^4} = 1154$$

(iv) $\mathbf{x^2 - \frac{1}{x^2}}$

حل: چونکہ

$$x + \frac{1}{x} = 6$$

اور

$$\left(x - \frac{1}{x}\right) = 2\sqrt{8}$$

ہم جانتے ہیں کہ

$$x^2 - \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right)$$

$$= (6)\left(2\sqrt{8}\right)$$

$$= 12\sqrt{8}$$

(vi) $\mathbf{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2}$

حل: چونکہ $x - \frac{1}{x} = 2\sqrt{8}$

دونوں طرف مربع لینے سے

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(2\sqrt{8}\right)^2$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 32$$

سوال4: ناطق اعداد p اور q معلوم کریں اس طرح کہ $\mathbf{\frac{8 - 3\sqrt{2}}{4 + 3\sqrt{2}} = p + q\sqrt{2}}$

حل:

$$\frac{8 - 3\sqrt{2}}{4 + 3\sqrt{2}} = p + q\sqrt{2} \quad .... \text{(i)}$$

$$\frac{8 - 3\sqrt{2}}{4 + 3\sqrt{2}} = \frac{8 - 3\sqrt{2}}{4 + 3\sqrt{2}} \times \frac{4 - 3\sqrt{2}}{4 - 3\sqrt{2}}$$

$$= \frac{(8 - 3\sqrt{2})(4 - 3\sqrt{2})}{(4)^2 - (3\sqrt{2})^2} = \frac{8(4 - 3\sqrt{2}) - 3\sqrt{2}(4 - 3\sqrt{2})}{16 - 9(2)}$$

$$= \frac{32 - 24\sqrt{2} - 12\sqrt{2} + 9(\sqrt{2})^2}{16 - 18}$$

$$= \frac{32 - 36\sqrt{2} + 18}{-2} = \frac{50 - 36\sqrt{2}}{-2}$$

$$= \frac{50}{-2} - \frac{36\sqrt{2}}{(-2)} = -25 + 18\sqrt{2}$$

لہٰذا مساوات (i) ہوگی۔

$$\Rightarrow \quad -25 + 18\sqrt{2} = p + q\sqrt{2}$$

p اور q کے عددی سروں کا موازنہ کرنے سے

$p = -25$, $q = 18$

سوال5: درج ذیل کو مختصر کریں۔

(i) $$\frac{(25)^{\frac{3}{2}} \times (243)^{\frac{3}{5}}}{(16)^{\frac{5}{4}} \times (8)^{\frac{4}{3}}}$$

$$\frac{(25)^{\frac{3}{2}} \times (243)^{\frac{3}{5}}}{(16)^{\frac{5}{4}} \times (8)^{\frac{4}{3}}} = \frac{(5^2)^{\frac{3}{2}} \times (3^5)^{\frac{3}{5}}}{(2^4)^{\frac{5}{4}} \times (2^3)^{\frac{4}{3}}}$$

$$= \frac{5^{2\times\frac{3}{2}} \times 3^{5\times\frac{3}{5}}}{2^{4\times\frac{5}{4}} \times 2^{3\times\frac{4}{3}}}$$

$$= \frac{5^3 \times 3^3}{2^5 \times 2^4} = \frac{125 \times 27}{32 \times 16} = \frac{3375}{512}$$

(ii) $$\frac{54 \times \sqrt[3]{(27)^{2x}}}{9^{x+1} + 216(3^{2x-1})}$$

$$\frac{54 \times \sqrt[3]{(27)^{2x}}}{9^{x+1} + 216(3^{2x-1})}$$

حل:

$$= \frac{(2\times3\times3\times3)\times\left((3\times3\times3)^{2x}\right)^{\frac{1}{3}}}{(3\times3)^{x+1} + (2\times2\times2\times3\times3\times3)(3)^{2x-1}} = \frac{2^1\times3^3\times\left((3^3)^{2x}\right)^{\frac{1}{3}}}{(3^2)^{x+1} + (2^3\times3^3)(3)^{2x-1}}$$

$$= \frac{2\times3^3\times(3^{6x})^{\frac{1}{3}}}{3^{2(x+1)} + 2^3\times3^3\times3^{2x-1}} = \frac{2\times3^3\times3^{2x}}{3^{2x+2} + 2^3\times3^{3+2x-1}}$$

$$= \frac{2\times3^{2x+3}}{3^{2x+2} + 2^3\times3^{2x+2}} = \frac{3^{2x+2+1}\times2}{3^{2x+2}(1+2^3)} = \frac{3^{2x+2}\times3^1\times2}{3^{2x+2}(1+8)}$$

$$= \frac{3\times2}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

(iii) $\sqrt{\dfrac{(216)^{\frac{2}{3}}\times(25)^{\frac{1}{2}}}{(0.04)^{\frac{-3}{2}}}}$

:حل

$$\sqrt{\frac{(216)^{\frac{2}{3}}\times(25)^{\frac{1}{2}}}{(0.04)^{\frac{-3}{2}}}}=\sqrt{\frac{(2^3\times3^3)^{\frac{2}{3}}\times(5^2)^{\frac{1}{2}}}{\left(\frac{4}{100}\right)^{\frac{-3}{2}}}}$$

$$=\sqrt{\frac{2^{3\times\frac{2}{3}}\times3^{3\times\frac{2}{3}}\times5^{2\times\frac{1}{2}}}{\left(\frac{100}{4}\right)^{\frac{3}{2}}}}=\sqrt{\frac{2^2\times3^2\times5}{(25)^{\frac{3}{2}}}}$$

$$=\sqrt{\frac{2^2\times3^2\times5}{5^{2\times\frac{3}{2}}}}=\left(\frac{2^2\times3^2\times5}{5^3}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$=\left(\frac{2^2\times3^2}{5^{3-1}}\right)^{\frac{1}{2}}=\frac{2^{2\times\frac{1}{2}}\times3^{2\times\frac{1}{2}}}{5^{2\times\frac{1}{2}}}$$

$$=\frac{2\times3}{5}=\frac{6}{5}$$

(iv) $\left(a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{2}{3}}\right)\times\left(a^{\frac{2}{3}}-a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{2}{3}}+b^{\frac{4}{3}}\right)$

:حل

$$\left(a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{2}{3}}\right)\times\left(a^{\frac{2}{3}}-a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{2}{3}}+b^{\frac{4}{3}}\right)$$

$$=a^{\frac{1}{3}}\left(a^{\frac{2}{3}}-a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{2}{3}}+b^{\frac{4}{3}}\right)+b^{\frac{2}{3}}\left(a^{\frac{2}{3}}-a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{2}{3}}+b^{\frac{4}{3}}\right)$$

$$=\left(a^{\frac{2}{3}+\frac{1}{3}}-a^{\frac{1}{3}+\frac{1}{3}}b^{\frac{2}{3}}+a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{4}{3}}\right)+\left(a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{2}{3}}-a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{2}{3}+\frac{2}{3}}+b^{\frac{4}{3}+\frac{2}{3}}\right)$$

$$=a^{\frac{3}{3}}-a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{2}{3}}+a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{4}{3}}+a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{2}{3}}-a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{4}{3}}+b^{\frac{6}{3}}$$

$$=a-\cancel{a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{2}{3}}}+\cancel{a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{4}{3}}}+\cancel{a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{2}{3}}}-\cancel{a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{4}{3}}}+b^2$$

$= a+b^2$

☆☆☆☆☆

حل مشق 1.3

سوال1: تین مسلسل صحیح اعداد کا مجموعہ بیالیس ہے، صحیح اعداد معلوم کریں۔

حل: فرض کریں a، (a+1) اور (a+2) تین مسلسل صحیح اعداد ہیں، تو

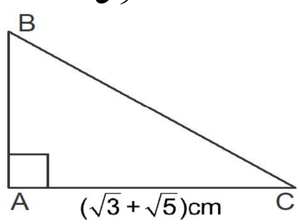
$$a+(a+1)+(a+2) = 42$$
$$3a+3 = 42 \Rightarrow 3a = 42-3$$
$$3a=39 \Rightarrow a = \frac{39}{3} = 13$$

لہٰذا پہلا صحیح عدد $= a = 13$

دوسرا صحیح عدد $= a+1 = 13+1 = 14$

تیسرا صحیح عدد $= a+2 = 13+2 = 15$

سوال2: دی گئی شکل قائمۃ الزاویہ مثلث ABC کو ظاہر کرتی ہے جس میں $\overline{AC}$ کی لمبائی $(\sqrt{3}+\sqrt{5})$ سینٹی میٹر ہے۔ ΔABC کا رقبہ $(1+\sqrt{15})$ مربع سینٹی میٹر ہے۔ $\overline{AB}$ کی لمبائی $(a\sqrt{3}+b\sqrt{5})$ سینٹی میٹر کی شکل میں معلوم کریں۔



حل:

مثلث کا رقبہ $= (1+\sqrt{15})\ cm^2$

مثلث کے ضلع (قاعدہ) کی لمبائی $= (\sqrt{3}+\sqrt{5})\ cm$

ضلع $\overline{AB}$ کی لمبائی $= ?$

ہم جانتے ہیں کہ

مثلث کا رقبہ $= \frac{1}{2}$ (قاعدہ×بلندی)

$$(1+\sqrt{15})cm^2 = \frac{1}{2}(\overline{AC}\times\overline{AB})$$

$$2(1+\sqrt{15}) = (\sqrt{3}+\sqrt{5})\times\overline{AB} \Rightarrow 2+2\sqrt{15} = (\sqrt{3}+\sqrt{5})\times\overline{AB}$$

$$\Rightarrow \overline{AB} = \frac{2+2\sqrt{15}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} = \frac{2+2\sqrt{15}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$$

$$= \frac{(2+2\sqrt{15})(\sqrt{3}-\sqrt{5})}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{5})^2} = \frac{2(\sqrt{3}-\sqrt{5})+2\sqrt{15}(\sqrt{3}-\sqrt{5})}{3-5}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}-2\sqrt{5}+2\sqrt{45}-2\sqrt{75}}{-2}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}-2\sqrt{5}+2\times3\sqrt{5}-2\times5\sqrt{3}}{-2} = \frac{2\sqrt{3}-2\sqrt{5}+6\sqrt{5}-10\sqrt{3}}{-2}$$

$$= \frac{-8\sqrt{3}+4\sqrt{5}}{-2} = \frac{-8\sqrt{3}}{-2}+\frac{4\sqrt{5}}{-2}$$

$\overline{AB} = (4\sqrt{3}-2\sqrt{5})\ cm$ جو کہ مطلوبہ لمبائی ہے۔

سوال3: ایک مستطیل کے اضلاع کی لمبائیاں $(2+\sqrt{18})$ میٹر اور $(5-\frac{4}{\sqrt{2}})$ میٹر ہیں۔ مستطیل کا رقبہ $a+b\sqrt{2}$ کی شکل میں معلوم کریں جب کہ a اور b صحیح اعداد ہیں۔

حل:

مستطیل کی لمبائی $= (2+\sqrt{18})\,m$

مستطیل کی چوڑائی $= \left(5-\frac{4}{\sqrt{2}}\right)m$

ہم جانتے ہیں کہ:

مستطیل کا رقبہ = لمبائی × چوڑائی

$$= (2+\sqrt{18})\left(5-\frac{4}{\sqrt{2}}\right)$$

$$= 10 - \frac{8}{\sqrt{2}} + 5\sqrt{18} - \frac{4\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{10\sqrt{2} - 8 + 5\sqrt{36} - 4\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{10\sqrt{2} - 8 + 5(6) - 4\times 3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{10\sqrt{2} - 8 + 30 - 12\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{22 - 2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{22}{\sqrt{2}} - \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{22\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}} - \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{22\times\sqrt{2}}{2} - 2 \Rightarrow 11\sqrt{2} - 2$$

مستطیل کا رقبہ $= (-2+11\sqrt{2})m^2$

جو کہ مستطیل کا مطلوبہ رقبہ ہے۔

سوال4: دو اعداد معلوم کریں جن کا مجموعہ 68 اور فرق 22 ہے۔

حل: فرض کریں a اور b دو مطلوبہ اعداد ہیں، تب بشرطِ سوال

$a+b = 68$ .... (i)

$a-b = 22$ .... (ii)

مساوات (i) اور (ii) کو جمع کرنے سے

$\Rightarrow 2a = 90 \Rightarrow a = 45$

مساوات (i) میں $a = 45$ درج کرنے سے

$\Rightarrow 45+b = 68 \Rightarrow b = 68 - 45$

$b = 23$

لہٰذا 45 اور 23 مطلوبہ اعداد ہیں۔

سوال5: 2024ء کی گرمیوں کے دوران لاہور کا درجہ حرارت غیر معمولی طور پر زیادہ تھا۔ ٹی وی رپورٹ میں درجہ حرارت 48°C بتایا گیا۔ فارمولا $(°F = \frac{9}{5}°C + 32)$ کا استعمال کرتے ہوئے فارن ہائیٹ سکیل میں درجہ حرارت معلوم کریں۔

حل: C = 48°C

ہم جانتے ہیں کہ:

$$°F = \frac{9}{5}\ °C + 32$$

$$°F = \frac{9}{5} \times 48 + 32$$

$$°F = 86.4 + 32 = 118.4°F$$

پس، فارن ہائیٹ سکیل میں درجہ حرارت 118.4°F ہے۔

سوال6: باپ اور بیٹے کی عمروں کا مجموعہ 72 سال ہے۔ چھے سال پہلے، باپ کی عمر، بیٹے کی عمر کا دوگنا تھی۔ چھے سال پہلے بیٹے کی عمر کیا تھی؟

حل: فرض کریں کہ باپ اور بیٹے کی عمریں بالترتیب a اور b ہیں:

$a+b = 72$ .... (i)

6 سال پہلے:

باپ کی عمر $= a-6$ .... (ii)

بیٹے کی عمر $= b-6$ .... (iii)

بشرطِ سوال

$a - 6 = 2(b-6)$

$a - 6 = 2b - 12$

$a - 2b = -12+6 \Rightarrow a-2b = -6$ .... (iv)

مساوات (i) اور (iv) کو تفریق کرنے سے

$$\begin{array}{r} a - 2b = -6 \\ \pm a \pm b = \pm 72 \\ \hline -3b = -78 \end{array} \Rightarrow b = \frac{-78}{-3}$$

$\Rightarrow b = 26$

مساوات (ii) میں b = 26 درج کرنے سے

بیٹے کی عمر $= 26-6 = 20$

لہٰذا 6 سال پہلے بیٹے کی عمر 20 سال تھی۔

سوال7: مرحا نے ایک کھلونا 1500 روپے میں خریدا اور 1520 روپے میں فروخت کر دیا۔ اس کا نفع فی صد کیا تھا؟

کھلونے کی قیمتِ خرید = 1500 روپے

کھلونے کی قیمتِ فروخت = 1520 روپے

نفع = قیمتِ فروخت – قیمتِ خرید

= 1520 – 1500 = 20 روپے

اب، ہم نفع فی صد معلوم کرتے ہیں۔

$$\text{نفع}\% = \frac{\text{نفع}}{\text{قیمتِ خرید}} \times 100\%$$

$$= \left(\frac{20}{1500} \times 100\right)\% = 1.33\%$$

لہٰذا، نفع 1.33 فی صد ہے۔

سوال 8: طیب کی سالانہ آمدنی 9,60,000 روپے ہے، جب کہ مستثنیٰ رقم 1,30,000 روپے ہے، اسے 0.75% کے حساب سے کتنا ٹیکس ادا کرنا ہوگا؟

حل:

طیب کی سالانہ آمدنی = 9,60,000 روپے

مستثنیٰ رقم = 1,30,000 روپے

قابلِ ٹیکس رقم = 9,60,000 روپے – 1,30,000 روپے

= 830,000 روپے

ٹیکس کی شرح = 0.75%

ٹیکس کی رقم = 830,000 × 0.75%

$= 830,000 \times \frac{0.75}{100} = 6,225$ روپے

لہٰذا، طیب نے 6,225 روپے بطور ٹیکس ادا کرنے ہیں۔

سوال 9: 3,75,000 روپے پر ایک سال کے لیے 14 فی صد سالانہ شرح کے حساب سے کمپاؤنڈ مارک اَپ معلوم کریں۔

حل:

اصل زر = P = 3,75,000 روپے

وقت = T = 1 سال

شرح = R = 14%

کمپاؤنڈ مارک اَپ = I = ?

کمپاؤنڈ مارک اَپ معلوم کرنے کے لیے ہمیں مارک اَپ کے بعد آخری قیمت (A) معلوم کرنی ہوگی۔

ہم جانتے ہیں کہ:

$$A = P \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^T$$

$$A = 375000 \times \left(1 + \frac{14}{100}\right)^1$$

$$A = 375000 \times 1.14$$

$A = 427,500$ روپے

اب، کمپاؤنڈ مارک اَپ = A – P

= 427500 – 375000

= 52,500 روپے

لہٰذا، کمپاؤنڈ مارک اَپ 52,500 روپے ہے۔

حل اعادہ مشق 1

سوال 1: ہر بیان کے سامنے چار آپشنز دی گئی ہیں۔ درست آپشن کے گرد دائرہ لگائیں۔

(i) $\sqrt{7}$ ہے:

A صحیح عدد　B ناطق عدد　c غیر ناطق عدد　D قدرتی عدد

(ii) π اور e ہیں:

A قدرتی اعداد　B صحیح اعداد　C ناطق اعداد　d غیر ناطق اعداد

(iii) اگر n مکمل مربع نہ ہو تو $\sqrt{n}$ ہے:

A ناطق عدد　B قدرتی عدد　C صحیح عدد　d غیر ناطق عدد

(iv) $\sqrt{3}+\sqrt{5}$ ہے:

A مکمل عدد　B صحیح عدد　C ناطق عدد　d غیر ناطق عدد

(v) تمام کے لیے $x = x, x \in R$ کہلاتا ہے:

a عکسی خاصیت　B متعدیت خاصیت　C تشاکل خاصیت　D ثلاثی خاصیت

(vi) فرض کریں $a,b,c \in R$ تب $a>b$ اور $b>c$ تو $a>c$ ـــــــــ خاصیت کہلاتی ہے:

A ثلاثی　b متعدیت　C جمعی　D ضربی

(vii) $2^x \times 8^x = 64$ ہو تو $x =$ ـــــــــ

a $\frac{3}{2}$　B $\frac{3}{4}$　C $\frac{5}{6}$　D $\frac{2}{3}$

(viii) فرض کریں $a,b, \in R$ تب $a = b$ اور $b = a$ ـــــــــ خاصیت کہلاتی ہے۔

A عکسی　b تشاکلی　C متعدیت　D جمعی

(ix) $\sqrt{75}+\sqrt{27} =$

A $\sqrt{102}$　B $9\sqrt{3}$　C $5\sqrt{3}$　d $8\sqrt{3}$

(x) $(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})$ کا حاصل ضرب ہے:

A مفرد عدد　B طاق عدد　C غیر ناطق عدد　d ناطق عدد

سوال 2: اگر $a=\frac{3}{2}$، $b=\frac{5}{3}$ اور $c=\frac{7}{5}$ ہو تو تصدیق کریں کہ:

(i) **a(b+c) = ab+ac**

حل:

L.H.S. $= a(b+c)$

$a=\frac{3}{2}$، $b=\frac{5}{3}$ اور $c=\frac{7}{5}$ درج کرنے سے

$$= \frac{3}{2}\left(\frac{5}{3}+\frac{7}{5}\right) = \frac{3}{2}\left(\frac{25+21}{15}\right)$$

$$= \frac{3}{2}\left(\frac{46}{15}\right) = \frac{23}{5}$$

R.H.S. = ab+ac

$a=\frac{3}{2}$، $b=\frac{5}{3}$ اور $c=\frac{7}{5}$ درج کرنے سے

$$= \left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{5}{3}\right)+\left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{7}{5}\right) = \frac{5}{2}+\frac{21}{10} = \frac{25+21}{10}$$

$$= \frac{46}{10} = \frac{23}{5}$$

پس ثابت ہوا کہ L.H.S. = R.H.S.

(ii) (a+b)c=ac+bc

حل: L.H.S. = (a+b)c

$a=\frac{3}{2}$، $b=\frac{5}{3}$ اور $c=\frac{7}{5}$ درج کرنے سے

$$= \left(\frac{3}{2}+\frac{5}{3}\right)\times\frac{7}{5} = \frac{3}{2}\times\frac{7}{5}+\frac{5}{3}\times\frac{7}{5}$$

$$= \frac{21}{10}+\frac{7}{3} = \frac{63+70}{30}$$

$$= \frac{133}{30}$$

R.H.S. = ac+bc

$$= \frac{3}{2}\times\frac{7}{5}+\frac{5}{3}\times\frac{7}{5}$$

$$= \frac{21}{10}+\frac{7}{3} = \frac{63+70}{30}$$

$$= \frac{133}{30}$$

پس ثابت ہوا کہ L.H.S. = R.H.S.

سوال3: اگر $a=\frac{4}{3}$، $b=\frac{5}{2}$، $c=\frac{7}{4}$ ہو تو صحیح اعداد کی خاصیت تلازم بلحاظ جمع اور ضرب کی تصدیق کریں۔

حل: حقیقی اعداد کی خاصیتِ تلازم بلحاظِ جمع کی رو سے

a+(b+c) = (a+b)+c

L.H.S. = a+(b+c)

$a=\frac{4}{3}$، $b=\frac{5}{2}$ اور $c=\frac{7}{4}$ درج کرنے سے

$$= \frac{4}{3}+\left(\frac{5}{2}+\frac{7}{4}\right) = \frac{4}{3}+\left(\frac{10+7}{4}\right)$$

$$= \frac{4}{3}+\frac{17}{4} = \frac{16+51}{12}$$
$$= \frac{67}{12}$$
$$\text{R.H.S} = (a+b)+c$$
$$= \left(\frac{4}{3}+\frac{5}{2}\right)+\frac{7}{4}$$
$$= \left(\frac{8+15}{6}\right)+\frac{7}{4}$$
$$= \frac{23}{6} + \frac{7}{4} = \frac{46+21}{12}$$
$$= \frac{67}{12}$$

پس ثابت ہوا کہ $\text{L.H.S.} = \text{R.H.S.}$

حقیقی اعداد کی خاصیتِ تلازم بلحاظِ ضرب کی رو سے

$$a(bc) = (ab)c$$
$$\text{L.H.S.} = a(bc)$$

$a=\frac{4}{3}$، $b=\frac{5}{2}$ اور $c=\frac{7}{4}$ درج کرنے سے

$$= \frac{4}{3}\left(\frac{5}{2}\times\frac{7}{4}\right) = \frac{4}{3}\times\frac{35}{8}$$
$$= \frac{35}{6}$$
$$\text{R.H.S.} = (ab)c$$
$$= \left(\frac{4}{3}\times\frac{5}{2}\right)\times\frac{7}{4}$$
$$= \frac{10}{3}\times\frac{7}{4}$$
$$= \frac{35}{6}$$

پس ثابت ہوا کہ $\text{L.H.S.} = \text{R.H.S.}$

سوال4: کیا 0 ایک ناطق عدد ہے؟ تصدیق کریں۔

جواب: جی ہاں، 0 ایک ناطق عدد ہے۔ ہم جانتے ہیں کہ ناطق عدد ایک ایسا عدد ہوتا ہے جسے $\frac{p}{q}$ کی شکل میں لکھا جا سکتا ہے، جبکہ p اور q صحیح اعداد ہیں اور $q\neq0$۔ 0 کو $\frac{0}{1}$, $\frac{0}{-4}$, $\frac{0}{100}$ وغیرہ کی شکل میں لکھا جا سکتا ہے۔ لہٰذا 0 ناطق اعداد کی تعریف کو پورا کرتا ہے۔ پس، 0 ایک ناطق عدد ہے۔

سوال5: صحیح اعداد کی ثلاثی خاصیت کی تعریف کریں۔

جواب: ثلاثی خاصیت بیان کرتی ہے کہ ہر صحیح عدد یا تو مثبت ہوتا ہے، یا منفی یا صفر

$\forall a,b \in R$, either $a=b$ or $a>b$ or $a<b$

سوال6: 4 اور 5 کے درمیان دو ناطق اعداد معلوم کریں۔

جواب: 4 اور 5 کے درمیان لامتناہی ناطق اعداد ہیں۔ ہم ان میں سے کوئی سے دو معلوم کرتے ہیں۔

اس کے لیے، 4 اور 5 کی اوسط معلوم کریں: $\frac{4+5}{2}=\frac{9}{2}$

لہٰذا، 4 اور 5 کے درمیان $\frac{9}{2}$ ایک ناطق عدد ہے۔ 4 اور 5 کے درمیان دوسرا ناطق عدد معلوم کرنے کے لیے ہم دوبارہ $\frac{9}{2}$ اور 5 کی اوسط معلوم کریں گے۔ یعنی؛

$$\frac{\frac{9}{2}+5}{2} = \frac{\frac{9+10}{2}}{2} = \frac{\frac{19}{2}}{2} = \frac{19}{4}$$

پس، 4 اور 5 کے درمیان $\frac{9}{2}$ اور $\frac{19}{4}$ دو ناطق اعداد ہیں۔

سوال7: درج ذیل کو حل کریں۔

(i) $\sqrt[5]{\frac{x^{15}y^{35}}{z^{20}}}$

حل:

$$\sqrt[5]{\frac{x^{15}y^{35}}{z^{20}}} = \left(\frac{x^{15}y^{35}}{z^{20}}\right)^{\frac{1}{5}}$$

$$= \frac{(x^{15})^{\frac{1}{5}} \times (y^{35})^{\frac{1}{5}}}{(z^{20})^{\frac{1}{5}}} = \frac{x^3y^7}{z^4}$$

(ii) $\sqrt[3]{(27)^{2x}}$

حل:

$$\sqrt[3]{(27)^{2x}} = \sqrt[3]{(3^3)^{2x}} = \left(3^{3\times 2x}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$= \left(3^{6x}\right)^{\frac{1}{3}} = 3^{6x\times\frac{1}{3}}$$

$$= 3^{2x}$$

(iii) $\frac{6(3)^{n+2}}{3^{n+1}-3^n}$

حل:

$$\frac{6(3)^{n+2}}{3^{n+1}-3^n} = \frac{6\times(3)^n\times 3^2}{3^n\times 3^1-3^n} = \frac{3^n(6\times 3^2)}{3^n(3-1)}$$

$$= \frac{6\times 9}{2} = 27$$

سوال8: تین متواتر طاق صحیح اعداد کا مجموعہ 51 ہے۔ صحیح اعداد معلوم کریں۔

حل: فرض کریں a، a+2، a+4 تین متواتر طاق اعداد ہیں۔

بشرطِ سوال

$(a)+(a+2)+(a+4) = 51$

$3a+6 = 51 \Rightarrow 3a = 51-6$

$3a = 45 \Rightarrow a = 15$

لہٰذا

پہلا طاق عدد $= a = 15$

دوسرا طاق عدد $= a+2 = 15+2 = 17$

تیسرا طاق عدد $= a+4 = 15+4 = 19$

سوال9: عبداللہ نے 96 گیندیں اُٹھائیں اور انھیں دو بالٹیوں میں رکھ دیا۔ ایک بالٹی میں دوسری بالٹی سے اٹھائیس گیندیں زیادہ ہیں۔ ہر بالٹی میں کتنی گیندیں ہیں؟

حل:

کل گیند $= 96$

فرض کریں

ایک بالٹی میں گیندوں کی تعداد $= a$

دوسری بالٹی میں گیندوں کی تعداد $= a+28$

بشرطِ سوال

کل گیند $= (a)+(a+28)$

$96 = 2a+28 \Rightarrow 2a = 96-28$

$2a = 68 \Rightarrow a = 34$

لہٰذا

ایک بالٹی میں گیندوں کی تعداد $= a = 34$

دوسری بالٹی میں گیندوں کی تعداد $= a+28 = 34+28 = 62$

سوال10: سلمٰی نے ایک بینک میں 3,50,000 روپے نفع کی غرض سے رکھوائے، جس پر اسے $7\frac{1}{4}\%$ فی صد سالانہ شرح کے حساب سے نفع ہوا۔ 2 سال بعد شرح منافع میں 8 فی صد سالانہ کے حساب سے اضافہ ہوا۔ 7 سال کے اختتام پر اسے ملنے والی رقم معلوم کریں۔

حل: ہم پہلے دو سال کا سادہ منافع معلوم کرتے ہیں۔

$$\text{سادہ منافع} = \frac{P \times R \times T}{100}$$

یہاں،

$P = 3,50,000,\ R = 7\frac{1}{4}\% = 7.25\%,\ T = 2$ سال

$$I_1 = \frac{350000 \times 7.25 \times 2}{100} = 50,750 \text{ روپے}$$

2 سال بعد:

$R = 8\%,\ T = 5$ سال

$$I_2 = \frac{350000 \times 8 \times 5}{100} = 140,000 \text{ روپے}$$

کل سادہ منافع $= 50{,}750+140{,}000 = 190{,}750$

7 سال کے آخر میں کل رقم ہوگی:

رقم = کل سادہ منافع + اصل زر

$= 350{,}000+190{,}750 = 540{,}750$ روپے

لہٰذا، سلمیٰ کے پاس 7 سالوں کے اختتام پر 540,750 روپے ہوں گے۔

☆☆☆☆☆

کثیر الانتخابی سوالات (MCQs)

☆ ہر بیان کے سامنے چار آپشنز دی گئی ہیں۔ درست آپشن کے گرد دائرہ لگائیں۔

1. کون سی تہذیب ریاضی کے لیے اساس ساٹھ کا نظام استعمال کرتی تھی؟

A مصری　b سمیرین　C رومی　D انڈین

2. رومن اعداد مختلف اعداد کو ظاہر کرنے کے لیے۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔حروف استعمال کرتے ہیں۔

A 4　B 5　C 6　d 7

3. صفر (0) کا تصور کس نے پیش کیا؟

a انڈین نے　B سمیرین نے　C رومیوں نے　D مصریوں نے

4. $Q=\{\frac{p}{q};p,q\in z\wedge q\neq 0\}$ کہلاتا ہے:

A قدرتی اعداد　B مکمل اعداد　c ناطق اعداد　D غیر ناطق اعداد

5. $R =$ ________

a $Q\cup Q'$　B $Q\cap Q'$　C $Q\cup W$　D $Q\cap W$

6. درج ذیل میں سے کون سا ناطق عدد نہیں ہے؟

A $\frac{1}{4}$　B $\frac{3}{8}$　C 16　d $\sqrt{17}$

7. $e =$ ________?

a 2.7182　B 2.1287　C 1.7182　D 0.7182

8. 0.444... ہے:

A مختتم کسرِ اعشاریہ　B غیر مختتم کسرِ اعشاریہ　c متوالی کسرِ اعشاریہ　D مذکورہ تمام

9. جمع کا قانونِ مبادلہ ہے:

A $a+b\in R$　B $a+0=0+a$　C $a+(-a)=-a+a=0$　d $a+b=b+a$

10. $a(bc) = (ab)c$ ہے:

a خاصیتِ تلازم بلحاظِ ضرب　B خاصیتِ تلازم بلحاظِ جمع

C خاصیتِ بندش بلحاظِ جمع　D خاصیتِ بندش بلحاظِ ضرب

.11 حقیقی اعداد کا ضربی ذاتی عنصر ہے:

A 0 b 1 C –1 D 2

.12 $\forall a \in R, a = a$ خاصیت ہے:

A تشا کلی خاصیت B تنسیخی خاصیت بلحاظِ جمع c عکسی خاصیت D ثلاثی خاصیت

.13 متعدیت خاصیت ہے:

a $\forall a,b,c \in R$; $a>b \wedge b>c \Rightarrow a>c$ B $\forall a,b \in R$; $a > b \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

C $\forall a,b,c \in R$; $a+c = b+c \Rightarrow a=b$ D $\forall a,b \in R$; $a=b \Rightarrow b=a$

.14 ناطق ریڈیکنڈ کے ساتھ غیر ناطق ریڈیکل کہلاتا ہے:

A انڈیسز b مقدار اِصم C کانجوگیٹ D کثیر رقمی

.15 $\left(\frac{\text{نفع}}{\text{قیمتِ خرید}} \times 100\right)\% = ?$

A %نقصان B نقصان c %نفع D نفع

☆☆☆☆☆

مختصر سوالات

☆ درج ذیل مختصر سوالات حل کریں۔

.1 $0.\overline{3}$ کو ناطق عدد $\frac{p}{q}$ کی شکل میں لکھیں۔

حل: فرض کریں:

$x = 0.\overline{3}$

$x = 0.3333... \quad ....(i)$

دونوں طرف 10 سے ضرب دینے سے

$10x = (0.3333....) \times 10$

$10x = 3.3333.... \quad ....(ii)$

مساوات (ii) سے (i) کو تفریق کرنے سے

$10x - x = (3.3333...) - (0.3333...)$

یا

$9x = 3 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$

پس، $0.\overline{3} = \frac{1}{3}$ مطلوبہ ناطق عدد ہے۔

.2 ذیل میں استعمال ہونے والی خاصیت کا نام لکھیں۔

(i) $(2\times3)\times5=2\times(3\times5)$ **(ii)** $5+0=5=0+5$

حل: **(i)** خاصیت تلازم بلحاظِ ضرب **(ii)** جمعی عنصر کی خاصیت

.3 حل کریں: $\sqrt[3]{16x^4y^5}$

حل:

$$\sqrt[3]{16x^4y^5} = \sqrt[3]{(2)(8)(x)(x^3)(y^2)(y^3)}$$
$$= \sqrt[3]{2xy^2(2^3)(x^3)(y^3)}$$
$$= \sqrt[3]{2xy^2}\ \sqrt[3]{(2^3)(x^3)(y^{3)}}$$
$$= \sqrt[3]{2xy^2}\ \sqrt[3]{2^3}\ \sqrt[3]{x^3}\ \sqrt[3]{y^3}$$
$$= 2xy\sqrt[3]{2xy^2}$$

.4 حل کریں: $(x^3)^2 \div x^{3^2}$

حل:

$$(x^3)^2 \div x^{3^2}$$
$$= x^{3\times2} \div x^{3\times3}$$
$$= x^6 \div x^9 = \frac{x^6}{x^9}$$
$$= \frac{1}{x^{9-6}} = \frac{1}{x^3}$$

.5 اگر $x=2+\sqrt{3}$ ہوتو $x-\frac{1}{x}$ کی قیمت معلوم کریں۔

حل:

$$x = 2+\sqrt{3}$$
$$\frac{1}{x} = \frac{1}{2+\sqrt{3}}$$
$$= \frac{1}{2+\sqrt{3}} \times \frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$$
$$= \frac{2-\sqrt{3}}{(2)^2-(\sqrt{3})^2} = \frac{2-\sqrt{3}}{4-3}$$
$$\frac{1}{x} = 2-\sqrt{3}$$

اب

$$x-\frac{1}{x} = 2+\sqrt{3}-(2-\sqrt{3})$$
$$= 2+\sqrt{3}-2+\sqrt{3}$$
$$x-\frac{1}{x} = 2\sqrt{3}$$

6. اگر 5000 روپے پر 5 سال کے لیے سادہ منافع 2000 روپے ہو تو نفع کی شرح معلوم کریں۔

حل:

اصل زر = 5000 روپے

سادہ منافع = 2000 روپے

مدت = 5 سال

شرح معلوم کرنے کے لیے ہم درج ذیل فارمولا استعمال کرتے ہیں:

$$\text{شرح} = \frac{\text{نفع کی رقم} \times 100}{\text{اصل زر} \times \text{مدت}}$$

$$= \frac{2000 \times 100}{5 \times 5000} = 8\%$$

پس، نفع کی شرح 8 فی صد ہے۔

7. مختتم کسورِ اعشاریہ کی تعریف کریں۔

جواب: ایک کسرِ اعشاریہ جس کے نقطہ اعشاریہ کے بعد ہندسوں کی تعداد متناہی ہو، مختتم کسرِ اعشاریہ کہلاتی ہے۔

8. غیر متوالی کسورِ اعشاریہ کے بارے میں آپ کیا جانتے ہیں؟

جواب: کسورِ اعشاریہ جو نقطہ اعشاریہ کے بعد بغیر ختم ہوئے اعداد کی ترتیب نہیں دہراتے، اور بغیر ختم ہوئے جاری رہتے ہیں غیر متوالی کسورِ اعشاریہ کہلاتی ہیں۔ غیر متوالی کسورِ اعشاریہ کو غیر ناطق اعداد بھی کہتے ہیں۔

9. حقیقی اعداد کی تنسیخی خاصیت بلحاظِ جمع لکھیں۔

جواب: تنسیخی خاصیت بلحاظِ جمع درج ذیل ہے۔

$$\forall a,b,c \in R\ ;\ a+c = b+c \ \Rightarrow a=b$$

10. حل کریں: $\sqrt{25x^{10n}y^{8m}}$

حل:

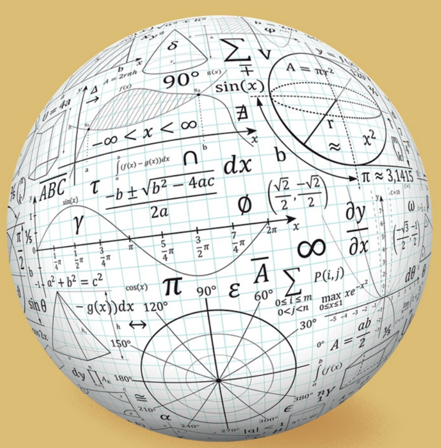
$$\sqrt{25x^{10n}\,y^{8m}} = \sqrt{5\times 5\ x^{10n}\ y^{8m}}$$

$$= \left(5^2\ x^{10n}\ y^{8m}\right)^{1/2}$$

$$= 5^{2\times\frac{1}{2}} x^{10n\times\frac{1}{2}} \times y^{8m\times\frac{1}{2}}$$

$$= 5x^{5n}\ y^{4m}$$

☆☆☆☆☆



AL-RAZI PUBLICATIONS

SHOP NO. 18, Al-Kareem Market, Urdu Bazar Lahore,

042-37242421 0318-4598150

alrazienterprises1@gmail.com